Sannsynlighet

Overskriftene viser til delkapitlene i boka. Først kommer en oppsummering av hele kapittelet. Under hver overskrift står gjennomregnede eksempler med løsning, og deretter oppgaver du skal løse uten hjelpemidler. Fasiten står bakerst. Svar gjerne med brøk der det passer.

Formelark

TILFELDIGHET OG MODELLER

Relativ frekvens

$$\frac{k}{n}$$

Store talls lov Den relative frekvensen nærmer seg sannsynligheten når n blir stort.

Sannsynlighetsmodell Alle sannsynligheter mellom 0 og 1, summen er 1.

Uniform modell

$$P(A) = \frac{g}{m}$$

Multiplikasjonsprinsippet

$$m \cdot n$$

- $\frac{g}{m}$ gjelder bare når alle utfallene er like sannsynlige.
- En simulering gir et anslag. Flere gjentakelser gir et bedre anslag.

HENDELSER

Komplementsetningen

$$P(\overline{A}) = 1 - P(A)$$

Addisjonssetningen

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Disjunkte hendelser

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

Betinget sannsynlighet

$$P(A \mid B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

- «Eller» betyr minst én, også begge.
- $P(A \mid B)$ og $P(B \mid A)$ er vanligvis forskjellige.

FLERE TRINN

Uavhengige hendelser

$$P(A \mid B) = P(A)$$

Produktsetningen (uavhengige)

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

Den generelle produktsetningen

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B \mid A)$$

Minst én

$$1 - P(\text{ingen})$$

Total sannsynlighet

$$P(B) = P(A) \cdot P(B \mid A) + P(\overline{A}) \cdot P(B \mid \overline{A})$$

- Disjunkte hendelser er avhengige.
- I et sannsynlighetstre ganger vi langs veiene og legger sammen veiene.

5.1.1 Tilfeldighet

EKSEMPEL *Tegnestiften*

Ida kastet en tegnestift 50 ganger og fikk spissen opp 31 ganger. Hele klassen kastet til sammen 600 ganger og fikk spissen opp 348 ganger.

a) Finn den relative frekvensen for spissen opp hos Ida og i hele klassen.

b) Hvilket tall stoler du mest på?

Løsning

a) Ida: $\frac{31}{50} = 0{,}62$. Klassen: $\frac{348}{600} = 0{,}58$.

b) Klassens tall, fordi det bygger på mange flere kast. Med bare 50 kast kan tilfeldigheter gi et tall et stykke unna det vi ville fått i det lange løp. ■

5.1 Du kaster en terning 60 ganger og får 13 seksere. Hva er den relative frekvensen for sekser?

5.2 En mynt kastes 400 ganger og gir kron 212 ganger.

a) Finn den relative frekvensen for kron og for mynt.

b) Hva er summen av de to relative frekvensene? Forklar.

5.3 Hvilke av tallene kan være sannsynligheter?

0,7 1,3 −0,2 0 1 45 %

5.4 Hva er forskjellen på frekvens og relativ frekvens?

5.5 Forklar med egne ord hva store talls lov sier.

5.6 I 2025 ble det født 431 gutter og 423 jenter i Tromsø, og 634 gutter og 580 jenter i Kristiansand.

a) Finn andelen gutter i hver kommune.

b) Betyr forskjellen at sannsynligheten for gutt er ulik i de to kommunene?

5.7 Sannsynligheten for at et barn blir en gutt, er omtrent 0,514. Omtrent hvor mange gutter kan vi vente blant 10 000 fødte?

5.8 Ida har fått kron fem ganger på rad. Hva er sannsynligheten for kron i neste kast? Begrunn.

5.9 Hvilket resultat er mest overraskende med en vanlig terning: ingen seksere på 10 kast, eller 120 seksere på 1000 kast? Begrunn.

5.10 Hvordan ville du funnet sannsynligheten? Svar med symmetri, data eller skjønn.

a) At et tilfeldig kort er en hjerter.

b) At en tilfeldig valgt 16-åring har mobil.

c) At det blir snø på julaften neste år.

5.11 Hva blir utskriften?

Python

```
kast = ["K", "M", "K", "K", "M",
        "K", "M", "K"]
kron = 0
for k in kast:
    if k == "K":
        kron = kron + 1
print(kron / len(kast))
```

5.12 I en spørreundersøkelse med 1200 svar oppga 372 at de sykler til jobb eller skole. Anslå sannsynligheten for at en tilfeldig valgt person i populasjonen sykler. Hva må være oppfylt for at anslaget skal være godt?

5.1.2 Simulering

EKSEMPEL *Simulering uten PC*

Planlegg en simulering med en vanlig terning som anslår sannsynligheten for at en familie med tre barn har tre jenter. Bruk at sannsynligheten for jente er omtrent $\frac{1}{2}$.

Løsning

1. Modell: Hvert barn blir en jente med sannsynlighet $\frac{1}{2}$, uavhengig av de andre barna.
2. Ett forsøk: Kast terningen tre ganger. 1, 2 og 3 betyr jente, 4, 5 og 6 betyr gutt. Hendelsen inntreffer hvis alle tre kastene viser 1, 2 eller 3.
3. Gjenta: Gjør dette for eksempel 50 ganger, gjerne fordelt på flere elever, og tell hvor mange ganger det ble tre jenter.
4. Anslå: Del antall ganger med tre jenter på antall forsøk.

Med bare 50 forsøk blir anslaget usikkert. Klassen kan slå sammen resultatene for å få et bedre anslag. ■

5.13 Hvilke tall kan `rng.integers(1, 7, size=5)` gi? Hvor mange tall får du?

5.14 Hvilke tall kan `rng.integers(0, 2)` gi? Hvordan kan du bruke det til å simulere et myntkast?

5.15 Hvordan simulerer du en hendelse med sannsynlighet 0,3 med `rng.random()`?

5.16 En simulering ble gjentatt 5000 ganger, og hendelsen inntraff 1236 ganger. Hva er anslaget for sannsynligheten?

5.17 Planlegg en simulering med en mynt som anslår sannsynligheten for minst to kron på tre myntkast. Skriv de fire stegene.

5.18 Hvordan kan du simulere en hendelse med sannsynlighet 0,25 med en tabell over tilfeldige sifre fra 0 til 9?

5.19 Hva blir utskriften?

Python

```
par = [[3, 3], [1, 5], [6, 6],
       [2, 4], [4, 4], [5, 1]]
like = 0
for a, b in par:
    if a == b:
        like = like + 1
print(like / len(par))
```

5.20 To elever simulerer det samme forsøket 10 000 ganger hver og får 0,412 og 0,405. Har en av dem gjort feil? Forklar.

5.2.1 Utfallsrom og sannsynlighetsmodeller

EKSEMPEL *Stortingsvalget som modell*

Tabellen viser oppslutningen ved stortingsvalget i 2025. Vi trekker én stemmeseddel tilfeldig.

Parti	Andel
Arbeiderpartiet	0,280
Fremskrittspartiet	0,238
Høyre	0,146
Senterpartiet	0,056
SV	0,056
Rødt	0,053
MDG	0,047
KrF	0,042
Venstre	0,037
Andre partier	0,043

a) Er dette en sannsynlighetsmodell?

b) Finn sannsynligheten for at stemmen er på Høyre eller Fremskrittspartiet.

c) Finn sannsynligheten for at stemmen er på et av de tre største partiene.

Løsning

a) Alle tallene er mellom 0 og 1. Summen er 0,998, ikke 1, men det skyldes at hvert tall er rundet av til tre desimaler. Med de eksakte andelene blir summen 1. Det er en sannsynlighetsmodell, og den er **ikke uniform**: utfallene har ulike sannsynligheter.

b) $0{,}146 + 0{,}238 = 0{,}384$

c) $0{,}280 + 0{,}238 + 0{,}146 = 0{,}664$

■

EKSEMPEL *Mangler en sannsynlighet*

Et lykkehjul har fire felter. Sannsynlighetene for de tre første er 0,4, 0,25 og 0,15. Hva er sannsynligheten for det fjerde feltet?

Løsning

$1 - (0{,}4 + 0{,}25 + 0{,}15) = 1 - 0{,}8 = 0{,}2$

■

EKSEMPEL *Terningen*

Vi kaster en vanlig terning. A er «partall», og B er «minst 5».

a) Skriv opp A og B som mengder.

b) Finn P(A) og P(B).

Løsning

a) $A = \{2, 4, 6\}$ og $B = \{5, 6\}$.

b) $P(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ og $P(B) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

■

EKSEMPEL *Kortstokken*

En vanlig kortstokk har 52 kort: fire farger (hjerter, ruter, kløver og spar) med 13 kort hver: ess, 2–10, knekt, dame og konge. Vi trekker ett kort tilfeldig.

a) Finn sannsynligheten for å trekke en hjerter.

b) Finn sannsynligheten for å trekke et bildekort (knekt, dame eller konge).

Løsning

a) $\frac{13}{52} = \frac{1}{4}$

b) Det er 3 bildekort i hver av de 4 fargene, altså 12.
$P = \frac{12}{52} = \frac{3}{13} \approx 0{,}231$.

■

5.21 Du kaster en mynt og en terning. Skriv opp utfallsrommet. Hvor mange utfall er det?

5.22 Du kaster en terning. Finn sannsynligheten for

a) et primtall (2, 3 eller 5),

b) høyst 2,

c) et tall som er delelig med 3.

5.23 Kan tabellene være sannsynlighetsmodeller?

a) 0,2 0,5 0,4

b) 0,25 0,25 0,5

c) 0,6 0,6 −0,2

5.24 En modell har fire utfall med sannsynlighetene 0,15, 0,35, x og 0,1. Finn x.

5.25 Du trekker ett kort fra en kortstokk. Finn sannsynligheten for

a) et rødt kort,

b) et ess,

c) et rødt ess.

5.26 Ved stortingsvalget i 2025 fikk Ap 0,280, SV 0,056, Sp 0,056, Rødt 0,053 og MDG 0,047 av stemmene. Finn sannsynligheten for at en tilfeldig stemme var på ett av disse partiene.

5.27 En pose har 5 røde, 3 blå og 2 gule kuler. Du trekker én. Finn sannsynligheten for

a) blå,

b) ikke gul.

5.28 Et lykkehjul har sektorene «Gull» (120°), «Sølv» (90°) og «Ingenting» (resten). Finn sannsynligheten for hvert utfall.

5.29 Lukas sier: «Enten består jeg førerprøven, eller så stryker jeg. Sannsynligheten for å bestå er derfor 50 %.» Hva er feil?

5.30 En terning er jukset slik at seksere er dobbelt så sannsynlige som hver av de andre sidene, som er like sannsynlige. Finn $P(6)$ og $P(1)$.

5.31 Hva er forskjellen på en uniform og en ikke-uniform sannsynlighetsmodell? Gi et eksempel på hver.

5.2.2 Telle utfall

EKSEMPEL *Summen av to terninger*

Bruk tabellen. Finn sannsynligheten for

a) summen 10,

b) at summen er minst 10,

c) at terningene viser det samme.

Løsning

a) Summen 10 står i 3 ruter: $(4,6)$, $(5,5)$ og $(6,4)$. $P = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$.

b) Summen 10, 11 eller 12: $3 + 2 + 1 = 6$ ruter. $P = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$.

c) De like kastene står på diagonalen fra øvre venstre til nedre høyre hjørne: 6 ruter. $P = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$.

■

EKSEMPEL *Menyen*

En kantine tilbyr 3 forretter, 4 hovedretter og 2 desserter. Hvor mange ulike menyer med én av hver finnes?

Løsning

$3 \cdot 4 \cdot 2 = 24$ menyer.

■

EKSEMPEL *PIN-koden*

En PIN-kode har fire sifre fra 0 til 9.

a) Hvor mange ulike koder finnes?

b) En tyv gjetter én tilfeldig kode. Hva er sannsynligheten for at den er riktig?

c) Hvor mange koder har fire ulike sifre?

Løsning

a) $10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10\,000$

b) $\frac{1}{10\,000} = 0{,}0001$

c) Første siffer kan velges på 10 måter, det andre på 9 (alle unntatt det første), det tredje på 8 og det fjerde på 7: $10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 = 5040$.

■

EKSEMPEL *Leder og nestleder*

Fire elever, Ali, Bo, Cecilie og Dina, stiller til valg i elevrådet. Den ene blir leder og den andre nestleder, og vi trekker tilfeldig.

a) Hvor mange måter kan vervene fordeles på?

b) Hva er sannsynligheten for at Ali blir leder og Dina nestleder?

c) Hva er sannsynligheten for at Ali og Dina får de to vervene?

Løsning

a) Lederen kan velges på 4 måter og nestlederen deretter på 3: $4 \cdot 3 = 12$. Systematisk, med forbokstavene:

AB, AC, AD, BA, BC, BD, CA, CB, CD, DA, DB, DC.

b) Bare AD er gunstig: $P = \frac{1}{12}$.

c) AD og DA er gunstige: $P = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$.

■

5.32 Du kaster to terninger. Finn sannsynligheten for

a) summen 8,

b) summen 7 eller 11,

c) at begge viser et oddetall.

5.33 Du kaster to terninger og ganger tallene. Finn sannsynligheten for at produktet er 12.

5.34 En kafé har 4 smørbrød og 3 drikker. Hvor mange kombinasjoner med ett smørbrød og én drikke finnes?

5.35 En kode består av fire bokstaver valgt blant A, B, C og D, og bokstavene kan gjentas.

a) Hvor mange koder finnes?

b) Hvor mange koder finnes hvis alle bokstavene må være ulike?

5.36 Seks løpere er i finalen. På hvor mange måter kan gull, sølv og bronse fordeles?

5.37 Du kaster en mynt og en terning. Finn sannsynligheten for kron og sekser.

5.38 En familie har tre barn. Anta at gutt og jente er like sannsynlige.

a) Skriv opp alle de 8 mulige rekkefølgene.

b) Finn sannsynligheten for nøyaktig to jenter.

5.39 Fem elever stiller til valg som leder og nestleder. Valget avgjøres ved loddtrekning.

a) Hvor mange måter kan vervene fordeles på?

b) Hva er sannsynligheten for at Kari blir leder?

5.40 Hva blir utskriften?

Python

```
antall = 0
for a in range(1, 7):
    for b in range(1, 7):
        if a == b:
            antall = antall + 1
print(antall)
```

5.41 Jonas sier: «Kaster jeg to mynter, kan jeg få to kron, to mynt eller én av hver. Sannsynligheten for to kron er $\frac{1}{3}$.» Hva er feil, og hva er riktig svar?

5.42 Du kaster to terninger. Finn sannsynligheten for at minst én av dem viser 6.

5.43 Fire venner skal sitte på fire stoler på rad. Plassene trekkes tilfeldig. Hva er sannsynligheten for at Ane og Bo sitter ytterst, én i hver ende?

5.3.1 Hendelser

EKSEMPEL *Terningen*

Vi kaster en terning. A er «partall», og B er «minst 4». Finn $A \cap B$, $A \cup B$ og $\overline{A}$, og sannsynlighetene deres.

Løsning

- $A \cap B = \{4, 6\}$, så $P(A \cap B) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.
- $A \cup B = \{2, 4, 5, 6\}$, så $P(A \cup B) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$.
- $\overline{A} = \{1, 3, 5\}$, så $P(\overline{A}) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.

■

EKSEMPEL *Fotball og håndball*

Bruk venndiagrammet for klassen. Vi trekker en tilfeldig elev. F er «spiller fotball», og H er «spiller håndball». Finn

a) $P(F \cap H)$,

b) $P(F \cup H)$,

c) $P(\overline{H})$.

Løsning

a) 7 elever spiller begge: $P(F \cap H) = \frac{7}{30} \approx 0{,}233$.

b) $12 + 7 + 5 = 24$ spiller minst én av dem: $P(F \cup H) = \frac{24}{30} = 0{,}8$.

c) Alle utenfor håndballsirkelen: $12 + 6 = 18$. $P(\overline{H}) = \frac{18}{30} = 0{,}6$.

■

EKSEMPEL *Ikke en sekser*

a) Hva er sannsynligheten for ikke å få en sekser på ett terningkast?

b) Sannsynligheten for at en elev har vært på legevakta siste år er 0,18. Hva er sannsynligheten for at eleven ikke har vært der?

Løsning

a) $1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$

b) $1 - 0{,}18 = 0{,}82$

■

5.44 I en klasse på 25 elever har 9 bare søsken, 4 bare kjæledyr, 7 både søsken og kjæledyr, og 5 ingen av delene. Hvor mange elever

a) har søsken,

b) har kjæledyr,

c) har minst én av delene?

5.45 Bruk klassen i oppgaven over. S er «har søsken», og K er «har kjæledyr». Finn

a) $P(S \cap K)$,

b) $P(S \cup K)$,

c) $P(\overline{K})$.

5.46 Ett terningkast. $A = \{1, 2, 3\}$ og $B = \{3, 4\}$. Skriv opp $A \cap B$, $A \cup B$ og $\overline{A}$.

5.47 Er hendelsene disjunkte?

a) «Partall» og «oddetall» ved ett terningkast.

b) «Hjerter» og «bildekort» ved ett trukket kort.

5.48 $P(A) = 0{,}37$. Finn $P(\overline{A})$.

5.49 Skriv komplementet til hendelsene med ord.

a) «Minst én sekser på tre kast.»

b) «Alle elevene har gjort leksene.»

5.50 Av 60 elever tar 35 buss til skolen, 20 trener etter skolen, og 12 gjør begge deler.

a) Tegn et venndiagram.

b) Hvor mange gjør ingen av delene?

5.51 Hvilket område i venndiagrammet er «verken A eller B»? Skriv det med symboler.

5.52 $P(A) = 0{,}6$ og $P(A \cap B) = 0{,}2$. Finn sannsynligheten for A, men ikke B.

5.53 Hva blir utskriften?

Python

```
antall = 0
for t in range(1, 11):
    if t % 3 == 0 or t > 8:
        antall = antall + 1
print(antall)
```

5.54 Forklar forskjellen på «eller» i dagligtale og i matematikk.

5.3.2 Addisjonssetningen

EKSEMPEL *Hjerter eller konge*

Vi trekker ett kort fra en kortstokk med 52 kort. Finn sannsynligheten for at kortet er en hjerter eller en konge.

Løsning

$P(\text{hjerter}) = \frac{13}{52}$, $P(\text{konge}) = \frac{4}{52}$ og $P(\text{hjerterkonge}) = \frac{1}{52}$.

$$P(\text{hjerter} \cup \text{konge}) = \frac{13}{52} + \frac{4}{52} - \frac{1}{52} = \frac{16}{52} = \frac{4}{13} \approx 0{,}308$$

Kontroll ved telling: 13 hjerter og 3 andre konger gir 16 kort.

■

EKSEMPEL *Disjunkte hendelser*

Vi kaster to terninger. A er «summen er 2», og B er «summen er 12». Finn $P(A \cup B)$.

Løsning

A og B er disjunkte, så

$$P(A \cup B) = \frac{1}{36} + \frac{1}{36} = \frac{2}{36} = \frac{1}{18}$$

■

EKSEMPEL *Snapchat og Instagram*

Ifølge Norsk mediebarometer brukte 89 % av unge mellom 16 og 24 år Snapchat en gjennomsnittsdag i 2025, og 78 % brukte Instagram. 95 % brukte minst ett sosialt medium.

a) Anta at 93 % brukte minst én av Snapchat og Instagram. Hvor mange prosent brukte begge?

b) Uten antakelsen i a): Hvor stor andel må minst ha brukt begge?

Kilde: SSB, tabell 14511.

Løsning

a) $P(S \cap I) = 0{,}89 + 0{,}78 - 0{,}93 = 0{,}74$, altså 74 %.

b) Unionen er høyst 0,95. Jo større unionen er, jo mindre er snittet, så snittet er minst

$$0{,}89 + 0{,}78 - 0{,}95 = 0{,}72$$

Minst 72 % av de unge brukte både Snapchat og Instagram.

■

5.55 $P(A) = 0{,}4$, $P(B) = 0{,}35$ og $P(A \cap B) = 0{,}15$. Finn $P(A \cup B)$.

5.56 Du trekker ett kort. Finn sannsynligheten for

a) ruter eller ess,

b) rødt kort eller bildekort.

5.57 Ett terningkast. Finn sannsynligheten for oddetall eller større enn 4.

5.58 A og B er disjunkte, $P(A) = 0{,}3$ og $P(B) = 0{,}45$. Finn $P(A \cup B)$ og $P(A \cap B)$.

5.59 55 % av elevene på en skole hører på podkast, 40 % spiller dataspill, og 80 % gjør minst én av delene. Hvor mange prosent gjør begge?

5.60 $P(A \cup B) = 0{,}9$, $P(A) = 0{,}6$ og $P(B) = 0{,}5$. Finn $P(A \cap B)$.

5.61 Emma regner ut $P(A \cup B) = 0{,}7 + 0{,}6 = 1{,}3$. Hva er feil?

5.62 Ifølge Norsk mediebarometer 2025 brukte 89 % av de unge mellom 16 og 24 år Snapchat og 74 % TikTok en gjennomsnittsdag. 95 % brukte minst ett sosialt medium. Hvor stor andel må minst ha brukt både Snapchat og TikTok?

5.63 Hva blir utskriften?

Python

```
pa = 0.5
pb = 0.4
punion = 0.7
psnitt = pa + pb - punion
print(round(psnitt, 2))
```

5.64 Forklar hvorfor vi trekker fra $P(A \cap B)$ i addisjonssetningen.

5.65 $P(A) = 0{,}8$ og $P(B) = 0{,}6$. Kan A og B være disjunkte? Begrunn.

5.3.3 Krysstabeller og betinget sannsynlighet

EKSEMPEL *Røyking*

Bruk krysstabellen. Finn

a) $P(R \mid K)$, sannsynligheten for at en kvinne røyker,

b) $P(M \mid R)$, sannsynligheten for at en røyker er mann.

Løsning

a) $P(R \mid K) = \frac{49}{328} \approx 0{,}149$

b) Nå vet vi at personen røyker, så vi ser bare på kolonnen «Røyker»: $P(M \mid R) = \frac{84}{133} \approx 0{,}632$.

Blant de unge som røyker, er nesten to av tre menn. Men bare én av fire unge menn røyker.

■

EKSEMPEL *Øvelseskjøring*

En trafikkskole har sett på 120 elever som tok førerprøven for bil.

	Bestått	Ikke bestått	Sum
Mer enn 40 timer øvelseskjøring	54	18	72
Høyst 40 timer	27	21	48
Sum	81	39	120

a) Finn sannsynligheten for å bestå for elevene som har øvelseskjørt mer enn 40 timer, og for de andre.

b) Finn sannsynligheten for at en elev som besto, har øvelseskjørt mer enn 40 timer.

Løsning

a) Mer enn 40 timer: $\frac{54}{72} = 0{,}75$. Høyst 40 timer: $\frac{27}{48} \approx 0{,}56$.

b) Blant de 81 som besto: $\frac{54}{81} = \frac{2}{3} \approx 0{,}67$.

Tallene tyder på en sammenheng, men det er ikke sikkert at øvelseskjøringen er årsaken (4.1.3). De som kjører mye, kan for eksempel ha mer tid eller større interesse.

■

EKSEMPEL *Med formelen*

$P(A \cap B) = 0{,}12$ og $P(B) = 0{,}3$. Finn $P(A \mid B)$.

Løsning

$$P(A \mid B) = \frac{0{,}12}{0{,}3} = 0{,}4$$

■

5.66 Krysstabellen viser 150 elever:

	Trener	Trener ikke	Sum
Vg2	45	30	75
Vg3	35	40	75
Sum	80	70	150

Finn

a) $P(\text{trener})$,

b) $P(\text{trener} \mid \text{Vg2})$,

c) $P(\text{Vg2} \mid \text{trener})$,

d) $P(\text{Vg3} \cap \text{trener ikke})$.

5.67 $P(A \cap B) = 0{,}24$, $P(A) = 0{,}3$ og $P(B) = 0{,}6$. Finn $P(A \mid B)$ og $P(B \mid A)$.

5.68 Av 200 elever har 120 sommerjobb. Av dem med sommerjobb har 30 også jobb i skoleåret. Til sammen 50 elever har jobb i skoleåret.

a) Lag en krysstabell.

b) Finn sannsynligheten for jobb i skoleåret for elevene med og uten sommerjobb.

5.69 SSBs røykevaneundersøkelse i 2026 hadde 328 kvinner og 323 menn mellom 16 og 24 år. 49 av kvinnene og 84 av mennene røykte daglig eller av og til.

a) Finn sannsynligheten for at en ung kvinne røyker.

b) Finn sannsynligheten for at en ung røyker er kvinne.

5.70 Hva er forskjellen på $P(A \mid B)$ og $P(A \cap B)$?

5.71 «De fleste som sitter i fengsel, er menn.» Betyr det at de fleste menn sitter i fengsel? Forklar med betinget sannsynlighet.

5.72 I en populasjon på 1000 har 30 % egenskapen A. Av dem med A har 20 % egenskapen B. Av dem uten A har 50 % egenskapen B.

a) Lag en krysstabell.

b) Finn $P(A \mid B)$.

5.73 Hva blir utskriften?

Python

```
# [bestått, ikke bestått]
mye = [54, 18]
lite = [27, 21]
p = lite[0] / (lite[0] + lite[1])
print(round(p, 2))
```

5.74 Når er $P(A \mid B) = 1$? Gi et eksempel.

5.75 Bruk tabellen i første oppgave i dette delkapittelet. Hvor mange prosent av dem som ikke trener, går på Vg3?

5.4.1 Uavhengighet

EKSEMPEL *Uavhengig eller ikke?*

a) Er «røyker» og «mann» uavhengige blant unge i krysstabellen fra SSB i 5.3.3?

b) Er «briller» og «Vg1» uavhengige i krysstabellen i oppgaven «Briller» i 5.3.3?

	Briller	Ikke briller	Sum
Vg1	24	56	80
Vg2	36	84	120
Sum	60	140	200

Løsning

a) $P(R \mid M) = \frac{84}{323} \approx 0{,}26$ og $P(R) = \frac{133}{651} \approx 0{,}20$. De er forskjellige, så hendelsene er avhengige.

b) $P(\text{briller} \mid Vg1) = \frac{24}{80} = 0{,}3$ og $P(\text{briller}) = \frac{60}{200} = 0{,}3$. De er like, så hendelsene er uavhengige. Det stemmer også for Vg2: $\frac{36}{120} = 0{,}3$.

Data fra en ekte undersøkelse vil sjelden gi helt like tall, selv om hendelsene er uavhengige, på grunn av tilfeldig variasjon. Hvor stor forskjell som skal til, ser vi på i del V.

■

EKSEMPEL *To gutter*

Sannsynligheten for at et barn blir en gutt, er 0,514 (5.1.1). Vi ser på to barn født i to ulike familier. Finn sannsynligheten for at begge er gutter.

Løsning

$0{,}514 \cdot 0{,}514 \approx 0{,}264$

■

EKSEMPEL *De Mérés veddemål*

I 5.1.2 simulerte vi sannsynligheten for minst én sekser på fire terningkast og fikk omtrent 0,52. Regn ut den eksakte sannsynligheten.

Løsning

Sannsynligheten for ikke sekser i ett kast er $\frac{5}{6}$. Kastene er uavhengige, så

$$P(\text{ingen seksere}) = \left(\frac{5}{6}\right)^4 = \frac{625}{1296} \approx 0{,}482$$

$$P(\text{minst én sekser}) = 1 - 0{,}482 = 0{,}518$$

Det stemmer med simuleringen.

■

EKSEMPEL *Tre barn*

En familie har tre barn. Finn sannsynligheten for at minst ett av dem er en jente. Bruk $P(\text{gutt}) = 0{,}514$, og anta at kjønnet til barna er uavhengig.

Løsning

$$P(\text{minst én jente}) = 1 - 0{,}514^3 \approx 1 - 0{,}136 = 0{,}864$$

■

5.76 Du kaster to mynter. Finn sannsynligheten for to kron.

5.77 Du kaster en terning to ganger. Finn sannsynligheten for

a) partall begge gangene,

b) først 6 og så 1.

5.78 Du kaster en mynt fem ganger. Finn sannsynligheten for

a) ingen kron,

b) minst én kron.

5.79 A og B er uavhengige, $P(A) = 0{,}3$ og $P(B) = 0{,}5$. Finn $P(A \cap B)$ og $P(A \cup B)$.

5.80 Er «trener» og «Vg2» uavhengige i tabellen i 5.3.3 i dette heftet (første oppgave)? Begrunn.

5.81 Forklar forskjellen på disjunkte og uavhengige hendelser.

5.82 Bruk $P(\text{gutt}) = 0{,}514$, og anta at kjønnet til barna er uavhengig. En familie har tre barn. Finn sannsynligheten for

a) tre gutter,

b) minst én gutt.

5.83 En keeper redder 20 % av straffesparkene. Finn sannsynligheten for at hun redder minst ett av fem straffespark. Anta uavhengighet.

5.84 To uavhengige røykvarslere oppdager hver en brann med sannsynlighet 0,9. Finn sannsynligheten for at minst én av dem varsler.

5.85 Hva blir utskriften?

Python

```
p = 1
for i in range(3):
    p = p * 0.5
print(1 - p)
```

5.86 Hvor mange ganger må du kaste en mynt for at sannsynligheten for minst én kron skal bli større enn 0,99?

5.4.2 Sannsynlighetstre

EKSEMPEL *Dropsene*

Bruk treet. Finn sannsynligheten for

a) ett drops av hver farge,

b) minst ett rødt drops.

Løsning

a) Veiene RG og GR: $\frac{21}{90} + \frac{21}{90} = \frac{42}{90} = \frac{7}{15} \approx 0{,}467$.

b) Komplementet er GG: $1 - \frac{42}{90} = \frac{48}{90} = \frac{8}{15} \approx 0{,}533$. ∎

EKSEMPEL *Med tilbakelegging*

Gjør det samme, men legg dropset tilbake i posen før andre trekk.

Løsning

Begge trekkene har $P(R) = 0{,}3$ og $P(G) = 0{,}7$.

a) $0{,}3 \cdot 0{,}7 + 0{,}7 \cdot 0{,}3 = 0{,}21 + 0{,}21 = 0{,}42$

b) $1 - 0{,}7 \cdot 0{,}7 = 1 - 0{,}49 = 0{,}51$ ∎

5.87 En pose har 4 røde og 6 blå kuler. Du trekker to uten tilbakelegging.

a) Tegn et sannsynlighetstre.

b) Finn sannsynligheten for to røde.

c) Finn sannsynligheten for én av hver farge.

5.88 Løs b) og c) i oppgaven over når kula legges tilbake etter første trekk.

5.89 I et sannsynlighetstre er $P(A) = 0{,}7$, $P(B \mid A) = 0{,}4$ og $P(B \mid \overline{A}) = 0{,}9$. Finn

a) $P(A \cap B)$,

b) $P(\overline{A} \cap \overline{B})$,

c) $P(B)$.

5.90 Du trekker to kort uten tilbakelegging. Finn sannsynligheten for at begge er hjerter.

5.91 En gruppe har 10 jenter og 15 gutter. To trekkes tilfeldig. Finn sannsynligheten for én jente og én gutt.

5.92 Sannsynligheten for å bestå en prøve første gang er 0,7. De som stryker, får ett nytt forsøk og består da med sannsynlighet 0,6. Finn sannsynligheten for å bestå i løpet av de to forsøkene.

5.93 En spiller scorer på 75 % av straffesparkene, uavhengig av tidligere spark. Finn sannsynligheten for at hun scorer på nøyaktig ett av to spark.

5.94 $P(A) = 0{,}4$ og $P(B \mid A) = 0{,}25$. Finn $P(A \cap B)$.

5.95 Hva blir utskriften?

Python

```
bla = 6
alle = 10
p = 1
for i in range(2):
    p = p * bla / alle
    bla = bla - 1
    alle = alle - 1
print(round(p, 3))
```

5.96 En pose har 5 røde og 5 blå kuler. Du trekker tre uten tilbakelegging. Finn sannsynligheten for at alle tre har samme farge.

5.97 Forklar hvorfor sannsynlighetene for alle veiene i et sannsynlighetstre har summen 1.

5.4.3 Total sannsynlighet

EKSEMPEL *For sent på skolen*

På en skole tar 50 % av elevene buss, 30 % sykler og 20 % går. Av dem som tar buss, kommer 10 % for sent en tilfeldig dag. For dem som sykler, er tallet 5 %, og for dem som går, 2 %. Hva er sannsynligheten for at en tilfeldig elev kommer for sent?

Løsning

$P(\text{sen}) = 0{,}5 \cdot 0{,}10 + 0{,}3 \cdot 0{,}05 + 0{,}2 \cdot 0{,}02 = 0{,}050 + 0{,}015 + 0{,}004 = 0{,}069$ ∎

EKSEMPEL *En medisinsk test*

En sykdom finnes hos 2 % av befolkningen. En test er positiv hos 95 % av dem som er syke, men også hos 10 % av dem som er friske.

a) Hva er sannsynligheten for at en tilfeldig person tester positivt?

b) En person tester positivt. Hva er sannsynligheten for at personen er syk?

Løsning

Av 10 000 personer er 200 syke og 9800 friske. 95 % av de syke, 190, tester positivt. 10 % av de friske, 980, tester også positivt.

	Positiv	Negativ	Sum
Syk	190	10	200
Frisk	980	8820	9800
Sum	1170	8830	10000

a) $P(\text{positiv}) = \frac{1170}{10\,000} = 0{,}117$. Med loven om total sannsynlighet: $0{,}02 \cdot 0{,}95 + 0{,}98 \cdot 0{,}10 = 0{,}117$.

b) Blant de 1170 positive er 190 syke: $P(\text{syk} \mid \text{positiv}) = \frac{190}{1170} \approx 0{,}16$.

Bare 16 % av dem som tester positivt, er syke. Det er fordi de friske er så mange at selv 10 % av dem blir mange flere enn de syke. ∎

5.98 $P(A) = 0{,}4$, $P(B \mid A) = 0{,}5$ og $P(B \mid \overline{A}) = 0{,}25$. Finn $P(B)$.

5.99 Det regner 30 % av dagene. Når det regner, sykler Ola med sannsynlighet 0,2. Ellers sykler han med sannsynlighet 0,7. Finn sannsynligheten for at Ola sykler en tilfeldig dag.

5.100 På en skole går 40 % på Vg1, 35 % på Vg2 og 25 % på Vg3. Andelen med førerkort er 10 %, 20 % og 40 %. Finn sannsynligheten for at en tilfeldig elev har førerkort.

5.101 Fabrikk A lager 60 % av varene, og 3 % av dem er defekte. Fabrikk B lager resten, og 1 % av dem er defekte. Hvor mange prosent av varene er defekte?

5.102 I 2026 røykte 1 % av kvinnene og 2 % av mennene mellom 16 og 24 år daglig. 48,4 % av de unge var kvinner. Finn andelen dagligrøykere blant alle unge.

5.103 Hilde sier at når 10 % av gruppe A og 30 % av gruppe B har en egenskap, har 20 % av alle egenskapen. Når stemmer det?

5.104 En sykdom finnes hos 1 % av befolkningen. En test er positiv hos 90 % av de syke og 5 % av de friske.

a) Lag en krysstabell for 10 000 personer.

b) Finn sannsynligheten for en positiv test.

c) Finn sannsynligheten for at en person med positiv test er syk.

5.105 Hva blir utskriften?

Python

```
andel = [0.5, 0.3, 0.2]
p_b = [0.1, 0.2, 0.5]
p = 0
for a, b in zip(andel, p_b):
    p = p + a * b
print(round(p, 2))
```

5.106 $P(A) = 0{,}5$, $P(B) = 0{,}5$ og $P(B \mid A) = 0{,}7$. Finn $P(B \mid \overline{A})$.

5.107 Hvorfor må gruppene $A_1, A_2, \ldots$ i loven om total sannsynlighet ikke overlappe, og til sammen utgjøre hele populasjonen?

5.108 Se testen med 1 % syke, 90 % positive blant de syke og 5 % positive blant de friske. Hvor stor må andelen syke være for at halvparten av dem med positiv test skal være syke?

Fasit

5.1.1 Tilfeldighet

5.1
$\frac{13}{60} \approx 0{,}217$

5.2
a) Kron: $\frac{212}{400} = 0{,}53$. Mynt: $\frac{188}{400} = 0{,}47$.

b) 1. Hvert kast gir enten kron eller mynt, så antallene blir til sammen 400.

5.3
0,7, 0, 1 og 45 %.

5.4
Frekvensen er antall ganger hendelsen inntraff. Den relative frekvensen er frekvensen delt på antall forsøk, altså en andel mellom 0 og 1.

5.5
Når et forsøk gjentas mange ganger, kommer den relative frekvensen av en hendelse nærmere og nærmere sannsynligheten for hendelsen.

5.6
a) Tromsø: $\frac{431}{854} \approx 0{,}505$. Kristiansand: $\frac{634}{1214} \approx 0{,}522$.

b) Ikke nødvendigvis. Med under tusen fødte i hver kommune kan andelene variere en del på grunn av tilfeldigheter, selv om sannsynligheten er den samme. For hele landet er andelen omtrent 0,514.

5.7
$0{,}514 \cdot 10\,000 = 5140$

5.8
$\frac{1}{2}$. Mynten husker ikke tidligere kast, så de fem kronene påvirker ikke neste kast.

5.9
120 seksere på 1000 kast. Med 1000 kast skal den relative frekvensen ligge nær $\frac{1}{6} \approx 0{,}167$, og 0,12 er langt unna. Med bare 10 kast er det vanlig at den relative frekvensen avviker mye. (Sannsynligheten for ingen seksere på 10 kast er omtrent 0,16.)

5.10
a) Symmetri b) Data c) Data og skjønn: Værstatistikk fra tidligere år gir et utgangspunkt, men været neste år må vurderes.

5.11
`0.625`. Det er 5 kron av 8 kast.

5.12
$\frac{372}{1200} = 0{,}31$. Utvalget må være representativt for populasjonen (1.3.3).

5.1.2 Simulering

5.13
Tallene 1, 2, 3, 4, 5 og 6. Du får 5 tall.

5.14
0 eller 1. La for eksempel 1 bety kron og 0 bety mynt.

5.15
`rng.random() < 0.3` er `True` med sannsynlighet 0,3.

5.16
$\frac{1236}{5000} \approx 0{,}247$

5.17
1. Modell: Hvert kast gir kron med sannsynlighet $\frac{1}{2}$, uavhengig av de andre.
2. Ett forsøk: Kast mynten tre ganger og tell kron. Hendelsen inntreffer ved 2 eller 3 kron.
3. Gjenta mange ganger og tell.
4. Del antall ganger med minst to kron på antall forsøk.

5.18
Les to sifre om gangen, som gir tallene 00–99. La 00–24 bety at hendelsen inntreffer (25 av 100 tall).

5.19
`0.5`. Parene $[3,3]$, $[6,6]$ og $[4,4]$ er like: $\frac{3}{6} = 0{,}5$.

5.20
Trolig ikke. En simulering bruker tilfeldige tall, så svaret varierer litt fra gang til gang. Begge er anslag for den samme sannsynligheten, som trolig ligger rundt 0,41.

5.2.1 Utfallsrom og sannsynlighetsmodeller

5.21
{K1, K2, K3, K4, K5, K6, M1, M2, M3, M4, M5, M6}, altså 12 utfall.

5.22
a) $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ b) $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ c) {3, 6}: $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

5.23
a) Nei, summen er 1,1. b) Ja. c) Nei, $-0{,}2$ er negativ.

5.24
$x = 1 - 0{,}6 = 0{,}4$

5.25
a) $\frac{26}{52} = \frac{1}{2}$ b) $\frac{4}{52} = \frac{1}{13}$ c) $\frac{2}{52} = \frac{1}{26}$

5.26
$0{,}280 + 0{,}056 + 0{,}056 + 0{,}053 + 0{,}047 = 0{,}492$

5.27
a) $\frac{3}{10} = 0{,}3$ b) $\frac{8}{10} = 0{,}8$

5.28
Gull: $\frac{120}{360} = \frac{1}{3}$. Sølv: $\frac{90}{360} = \frac{1}{4}$. Ingenting: $\frac{150}{360} = \frac{5}{12}$.

5.29
To mulige utfall betyr ikke at de er like sannsynlige. Sannsynligheten for å bestå avhenger av hvor godt forberedt han er, og kan anslås fra data om andre som har tatt prøven.

5.30
Hvis hver av de andre har sannsynlighet p, er $5p + 2p = 1$, så $p = \frac{1}{7}$. $P(6) = \frac{2}{7}$ og $P(1) = \frac{1}{7}$.

5.31
I en uniform modell er alle utfallene like sannsynlige, for eksempel en vanlig terning. I en ikke-uniform modell har utfallene ulike sannsynligheter, for eksempel partiet på en tilfeldig stemmeseddel.

5.2.2 Telle utfall

5.32
a) (2, 6), (3, 5), (4, 4), (5, 3), (6, 2): $\frac{5}{36}$

b) $\frac{6+2}{36} = \frac{8}{36} = \frac{2}{9}$

c) $3 \cdot 3 = 9$ utfall: $\frac{9}{36} = \frac{1}{4}$

5.33
(2, 6), (3, 4), (4, 3), (6, 2): $\frac{4}{36} = \frac{1}{9}$

5.34
$4 \cdot 3 = 12$

5.35
a) $4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 = 256$ b) $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$

5.36
$6 \cdot 5 \cdot 4 = 120$

5.37
$\frac{1}{2 \cdot 6} = \frac{1}{12}$

5.38
a) GGG, GGJ, GJG, GJJ, JGG, JGJ, JJG, JJJ

b) GJJ, JGJ, JJG: $\frac{3}{8}$

5.39
a) $5 \cdot 4 = 20$

b) Kari er leder i 4 av de 20 utfallene: $\frac{4}{20} = \frac{1}{5}$

5.40
6. Kombinasjonene $(1,1), (2,2), ..., (6,6)$.

5.41
De tre utfallene er ikke like sannsynlige. «Én av hver» kan skje på to måter (KM og MK). Med de fire like sannsynlige utfallene KK, KM, MK, MM blir sannsynligheten for to kron $\frac{1}{4}$.

5.42
Raden og kolonnen for 6 i tabellen gir $6 + 6 - 1 = 11$ ruter: $\frac{11}{36}$.

5.43
Det finnes $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$ rekkefølger. Ane og Bo i endene kan skje på 2 måter, og de to andre kan sitte på 2 måter i midten: $\frac{2 \cdot 2}{24} = \frac{4}{24} = \frac{1}{6}$.

5.3.1 Hendelser

5.44
a) $9 + 7 = 16$ b) $4 + 7 = 11$ c) $9 + 7 + 4 = 20$

5.45
a) $\frac{7}{25} = 0{,}28$ b) $\frac{20}{25} = 0{,}8$ c) $\frac{14}{25} = 0{,}56$

5.46
$A \cap B = \{3\}$, $A \cup B = \{1,2,3,4\}$, $\overline{A} = \{4,5,6\}$

5.47
a) Ja b) Nei, for eksempel hjerter dame.

5.48
$1 - 0{,}37 = 0{,}63$

5.49
a) «Ingen seksere på tre kast.»

b) «Minst én elev har ikke gjort leksene.»

5.50
a) Bare buss: 23. Begge: 12. Bare trening: 8. Ingen: 17.

b) $60 - (23 + 12 + 8) = 17$

5.51
Området utenfor begge sirklene: $\overline{A \cup B}$.

5.52
$0{,}6 - 0{,}2 = 0{,}4$

5.53
4. Tallene 3, 6, 9 og 10. (9 oppfyller begge betingelsene, men telles én gang.)

5.54
I dagligtale betyr «eller» ofte det ene eller det andre, men ikke begge. I matematikk betyr «A eller B» minst én av dem, også begge ($A \cup B$).

5.3.2 Addisjonssetningen

5.55
$0{,}4 + 0{,}35 - 0{,}15 = 0{,}6$

5.56
a) $\frac{13 + 4 - 1}{52} = \frac{16}{52} = \frac{4}{13}$

b) $\frac{26 + 12 - 6}{52} = \frac{32}{52} = \frac{8}{13}$

5.57
$\frac{3}{6} + \frac{2}{6} - \frac{1}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ (utfallene 1, 3, 5, 6)

5.58
$P(A \cup B) = 0{,}75$ og $P(A \cap B) = 0$.

5.59
$55 + 40 - 80 = 15$, altså 15 %.

5.60
$0{,}6 + 0{,}5 - 0{,}9 = 0{,}2$

5.61
En sannsynlighet kan ikke være større enn 1. Hendelsene er ikke disjunkte, så hun må trekke fra $P(A \cap B)$.

5.62
Unionen er høyst 0,95, så snittet er minst $0{,}89 + 0{,}74 - 0{,}95 = 0{,}68$, altså 68 %.

5.63
0.2

5.64
Utfallene i snittet er med både i A og i B. Når vi legger sammen $P(A)$ og $P(B)$, er de derfor telt to ganger, og vi må trekke dem fra én gang.

5.65
Nei. Da ville $P(A \cup B) = 0{,}8 + 0{,}6 = 1{,}4$, som er større enn 1. Snittet må være minst 0,4.

5.3.3 Krysstabeller og betinget sannsynlighet

5.66
a) $\frac{80}{150} \approx 0{,}533$ b) $\frac{45}{75} = 0{,}6$ c) $\frac{45}{80} \approx 0{,}563$ d) $\frac{40}{150} \approx 0{,}267$

5.67
$P(A \mid B) = \frac{0{,}24}{0{,}6} = 0{,}4$ og $P(B \mid A) = \frac{0{,}24}{0{,}3} = 0{,}8$

5.68
a)

	Jobb i skoleåret	Ikke	Sum
Sommerjobb	30	90	120
Ikke sommerjobb	20	60	80
Sum	50	150	200

b) Med sommerjobb: $\frac{30}{120} = 0{,}25$.

Uten: $\frac{20}{80} = 0{,}25$.

5.69
a) $\frac{49}{328} \approx 0{,}149$ b) $\frac{49}{49 + 84} = \frac{49}{133} \approx 0{,}368$

5.70
$P(A \cap B)$ er sannsynligheten for at både A og B inntreffer, regnet blant alle. $P(A \mid B)$ er sannsynligheten for A blant dem der B har inntruffet. Vi deler snittet på $P(B)$.

5.71
Nei. Utsagnet sier at $P(\text{mann} \mid \text{i fengsel})$ er stor. Om de fleste menn sitter i fengsel, avgjøres av $P(\text{i fengsel} \mid \text{mann})$, som er svært liten.

5.72
a)

	B	Ikke B	Sum
A	60	240	300
Ikke A	350	350	700
Sum	410	590	1000

b) $\frac{60}{410} \approx 0{,}146$

5.73
0.56. $\frac{27}{48} = 0{,}5625$

5.74
Når A alltid inntreffer hvis B inntreffer, altså når B ligger helt inni A. Eksempel: A er «partall» og B er «får 4» ved et terningkast.

5.75
$\frac{40}{70} \approx 0{,}571$, altså omtrent 57 %.

5.4.1 Uavhengighet

5.76
$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

5.77
a) $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$ b) $\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$

5.78
a) $\left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{1}{32}$ b) $1 - \frac{1}{32} = \frac{31}{32}$

5.79
$P(A \cap B) = 0{,}3 \cdot 0{,}5 = 0{,}15$ og $P(A \cup B) = 0{,}3 + 0{,}5 - 0{,}15 = 0{,}65$

5.80
Nei. $P(\text{trener} \mid Vg2) = 0{,}6$, men $P(\text{trener}) \approx 0{,}533$.

5.81
Disjunkte hendelser kan ikke inntreffe samtidig ($P(A \cap B) = 0$). Uavhengige hendelser påvirker ikke hverandre: å vite at den ene har inntruffet, endrer ikke sannsynligheten for den andre. Disjunkte hendelser med positiv sannsynlighet er avhengige.

5.82
a) $0{,}514^3 \approx 0{,}136$ b) $1 - 0{,}486^3 \approx 1 - 0{,}115 = 0{,}885$

5.83
$1 - 0{,}8^5 = 1 - 0{,}328 = 0{,}672$

5.84
$1 - 0{,}1 \cdot 0{,}1 = 0{,}99$

5.85
0.875. $1 - 0{,}5^3 = 1 - 0{,}125$

5.86
Vi trenger $\left(\frac{1}{2}\right)^n < 0{,}01$. $\left(\frac{1}{2}\right)^6 = \frac{1}{64} \approx 0{,}016$ og $\left(\frac{1}{2}\right)^7 = \frac{1}{128} \approx 0{,}008$. Svar: 7 kast.

5.4.2 Sannsynlighetstre

5.87
a) Første trekk: R $\frac{4}{10}$, B $\frac{6}{10}$. Etter R: R $\frac{3}{9}$, B $\frac{6}{9}$. Etter B: R $\frac{4}{9}$, B $\frac{5}{9}$.

b) $\frac{4}{10} \cdot \frac{3}{9} = \frac{12}{90} = \frac{2}{15} \approx 0{,}133$

c) $\frac{4}{10} \cdot \frac{6}{9} + \frac{6}{10} \cdot \frac{4}{9} = \frac{48}{90} = \frac{8}{15} \approx 0{,}533$

5.88
b) $0{,}4 \cdot 0{,}4 = 0{,}16$ c) $2 \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}6 = 0{,}48$

5.89
a) $0{,}7 \cdot 0{,}4 = 0{,}28$ b) $0{,}3 \cdot 0{,}1 = 0{,}03$ c) $0{,}28 + 0{,}3 \cdot 0{,}9 = 0{,}28 + 0{,}27 = 0{,}55$

5.90
$\frac{13}{52} \cdot \frac{12}{51} = \frac{156}{2652} = \frac{1}{17} \approx 0{,}059$

5.91
$\frac{10}{25} \cdot \frac{15}{24} + \frac{15}{25} \cdot \frac{10}{24} = \frac{300}{600} = 0{,}5$

5.92
$0{,}7 + 0{,}3 \cdot 0{,}6 = 0{,}7 + 0{,}18 = 0{,}88$

5.93
$0{,}75 \cdot 0{,}25 + 0{,}25 \cdot 0{,}75 = 0{,}375$

5.94
$0{,}4 \cdot 0{,}25 = 0{,}1$

5.95
0.333. $\frac{6}{10} \cdot \frac{5}{9} = \frac{30}{90} = \frac{1}{3}$

5.96
$P(RRR) = \frac{5}{10} \cdot \frac{4}{9} \cdot \frac{3}{8} = \frac{60}{720} = \frac{1}{12}$. Like stor for BBB. Til sammen $\frac{2}{12} = \frac{1}{6}$.

5.97
Veiene er alle de mulige utfallene av hele forsøket, og de er disjunkte. Ett av dem må inntreffe, så summen er 1. Det følger også av at greinene fra hvert punkt har summen 1.

5.4.3 Total sannsynlighet

5.98
$0{,}4 \cdot 0{,}5 + 0{,}6 \cdot 0{,}25 = 0{,}2 + 0{,}15 = 0{,}35$

5.99
$0{,}3 \cdot 0{,}2 + 0{,}7 \cdot 0{,}7 = 0{,}06 + 0{,}49 = 0{,}55$

5.100
$0{,}4 \cdot 0{,}1 + 0{,}35 \cdot 0{,}2 + 0{,}25 \cdot 0{,}4 = 0{,}04 + 0{,}07 + 0{,}10 = 0{,}21$

5.101
$0{,}6 \cdot 0{,}03 + 0{,}4 \cdot 0{,}01 = 0{,}018 + 0{,}004 = 0{,}022$, altså 2,2 %.

5.102
$0{,}484 \cdot 0{,}01 + 0{,}516 \cdot 0{,}02 = 0{,}00484 + 0{,}01032 \approx 0{,}015$, altså omtrent 1,5 %.

5.103
Bare når gruppene er like store. Ellers må prosentene vektes med hvor stor del av populasjonen hver gruppe utgjør.

5.104
a)

	Positiv	Negativ	Sum
Syk	90	10	100
Frisk	495	9405	9900
Sum	585	9415	10000

b) $\frac{585}{10\,000} = 0{,}0585$

c) $\frac{90}{585} \approx 0{,}154$

5.105
0.21. $0{,}05 + 0{,}06 + 0{,}10 = 0{,}21$

5.106
$0{,}5 = 0{,}5 \cdot 0{,}7 + 0{,}5 \cdot x$, så $0{,}5\,x = 0{,}15$ og $x = 0{,}3$.

5.107
Hvis de overlapper, blir noen personer telt med flere ganger. Hvis de ikke dekker alt, blir noen ikke telt med. Bare når hver person hører til nøyaktig én gruppe, blir summen riktig. Da er $P(A_1) + P(A_2) + \cdots = 1$.

5.108
Andelen syke er p. Syke med positiv test: $0{,}9\,p$. Friske med positiv test: $0{,}05(1 - p)$. De skal være like: $0{,}9\,p = 0{,}05 - 0{,}05\,p$, så $0{,}95\,p = 0{,}05$ og $p \approx 0{,}053$, altså omtrent 5,3 %.